

視覚とウェーブレット

— 錯視はどのようにして現れるか —

新井 仁之¹

本稿では、筆者が現在行っている数学的な方法を用いた視覚科学の研究について、その成果 ([1], [2], [3]) の一部をなるべくわかりやすく解説したいと思います。視覚科学は、神経生理学、知覚心理学、色彩科学、脳科学のほか画像処理のような工学とも深く関わっています。視覚科学は科学と技術の多くの領域にまたがる、まさに学際的な分野といえるでしょう。今回はその中から主に錯視に焦点を当てて話をすすめることにします。錯視というのは、一言でいえば視覚における錯覚のことです。ものの大きさや位置、色が実際とは異なって知覚される、あるいは実際には存在しないものが見えるというような現象です。たとえば、図1のヘルマン格子図形が錯視の典型的な例の一つです。この図形を見ていただくと、白い道の各交差点のところにぼんやりと薄黒いスポットが見えると思います。しかしそのような黒いスポットは実際には印刷されていません。たとえば黒い正方形を何かで隠し、白い道の十字路のみが見えるようにすると、薄黒いスポットが印刷されていないことを確認できます。薄黒いスポットの出現は錯覚によるものです。なぜ実際に存在しない黒い

¹日本数学会年会、市民講演会（於日本大学、2005年3月26日）講演者。

本研究は文部科学省科学研究費補助金（萌芽研究）『ウェーブレットによる視覚情報処理と錯視の研究』の補助を受けています。

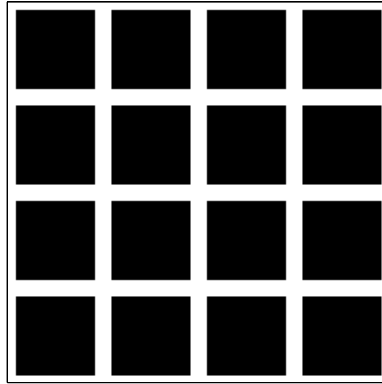


図 1 ヘルマン格子

スポットが、わたしたちには見えてしまうのでしょうか？ このようなことを研究するのが、ここでの主題です。

さて本論に入る前に、視覚科学における錯視の研究の位置づけについて簡単に述べておきたいと思います。人間にとって視覚は外界からの重要な情報源です。そのため「なぜものが見えるのか？」「視覚系はどのようなメカニズムをもっているのか？」ということが古くから研究されてきました。しかし視覚系の情報処理のメカニズムを解明することは非常に難しく、まだ十分にわかっているとはいえません。これを研究するための一つの鍵が錯視なのです。錯視が視覚の情報処理の中でどのようにして発生するのかを調べることは、じつは人間の視覚のメカニズムがどのようなになっているかを知ることと表裏一体になっています。実際、視覚情報処理のモデルが、もし正しいものであれば、錯視もシミュレーションできますし、逆に発生メカニズムがわかっていない錯視を調べることを糸口の一つとして、視覚情報処理系の未知の部分の研究することもなされています。人によっては、錯視が起こるのは視覚系の欠陥によるという意見もありますが、筆者はむしろ膨大な外界の情報から、生存に

必要な情報をできるだけ効率よく引き出そうとするためにできあがった情報処理システムの副産物であると考えています。

1 視覚とウェーブレット

錯視は古くから興味をもたれ、研究されてきました。たとえば前節で挙げたヘルマン格子も新しいものではなく、今から 130 年以上も前に L. Hermann により発表されました。また錯視の研究手法もこれまでにいろいろなものが考えられてきました。本稿ではウェーブレット、とりわけウェーブレット・フレーム (後註 1) などを用いる方法について述べたいと思います。この方法は筆者により考案されたものです。なお煩雑さを避けるため、ウェーブレット・フレームのこともここでは単にウェーブレットと呼ぶことにします。ウェーブレットとは、一言で云えば完全再構成フィルタバンクの一種です。それはいくつかのレベルの分解バンクと合成バンクからなり、そのそれぞれが低域通過フィルタと帯域通過フィルタにより構成されています。

このウェーブレットが、なぜ視覚の研究に役立つのでしょうか。われわれが考えている根拠の一つは、1990 年頃に神経生理学において唱えられた、視覚皮質がいろいろなカラムに加えて周波数選択カラムももっているという説に依ります。ウェーブレットを用いると、じつはこのカラム理論に適合したモデルを設計することができるのです。また 1980 年代より、網膜や視覚皮質の神経生理学的な研究に触発されて、錯視の研究でも帯域通過フィルタを用いたフィルタリングによる研究がすすめられてきました。われわれのウェーブレットを利用したモデルは、その帯域通過フィルタリングの方法を視覚理論的に洗練させたものにもなっているといえます。実際、従来の方法に比べてわれわれの方法により錯視の要因が何かを、格段に特定しやすくなりました ([1], [2])。

ところで視覚情報処理の理論では，網膜から大脳皮質の V1 野で，ある種のサブバンド信号が形成され，それが高次の関連領野に伝送され，処理されていると考えられています．しかし，その分解・処理された信号を完全に統合する単一の主領野が視覚野には存在しないことが S. ゼキにより指摘されています．すなわち再構成バンクは存在しないこととなります．われわれの場合，ウェーブレットには再構成バンクは存在しますが，これを視覚モデルの一部に組み入れているわけではありません．むしろ再構成バンクは，処理された結果を見やすく表示するための単なる技術的な手段として用いているにすぎません．

2 計算機シミュレーション

それでは，実際にわれわれの行った計算機シミュレーションのいくつかを見ていただくことにしましょう．ここで示す計算機シミュレーションは，V1 野の単純細胞に似たウェーブレットフィルタバンクに，“contrast induction effect” と名づけた非線形視覚情報処理 ([1]) を加えて設計したフィルタバンクによるシミュレーションの一部です．詳しい専門的な説明は [1] に譲りますが，大まかにいえば大きなコントラストの差があるときは，小さなコントラストの差は抑制し，大きなコントラストの差がないときは，小さなコントラストの差を強調するような効果です．われわれのシステムは図 2 のように設計されています． N とあるところが非線形処理を表しています．“contrast induction effect” は視覚皮質における統合的処理の一つと考えられます．

なおこのシミュレーションでは，画像は 256×256 画素，256 階調のグレイスケールのものを用いています．255 が白，0 が黒，255 から 0 に数値が減少するにつれ暗いグレーを表します．アウトプットは，レベル 1 からレベル 8 までの 8 段階の画像が順次出力されます．これらの画像

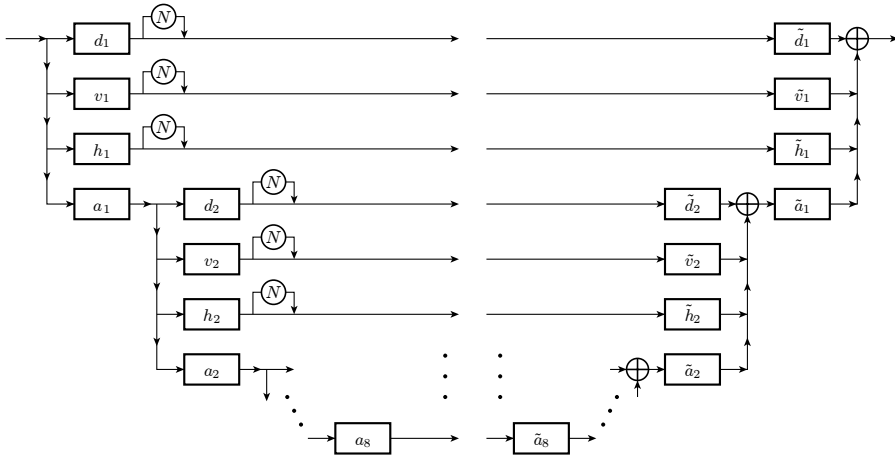


図 2 これはテンソル積型の最大重複ウェーブレットを用いた図式である．第 3 節で述べるウェーブレット・フレームに対する図式はもっと複雑になる．

はレベルが上がるにつれて，低解像度部分にも非線形処理が施されています．ここで非線形処理が付加されているため，フィルタバンクは完全再構成にはなっていません．もし完全再構成ならば錯視は現れなくなります．なおこのシステムが多重解像度構造をもっているという点はたいへん重要で，それは視覚における多重チャネル理論と合致しています．ただし 8 という数字は， $8 = \log_2 256$ というシミュレーションの技術上のもので，神経生理学的な根拠はありません．また，今回は幾何的に単純な構造をもつ錯視図形の分析のため，ウェーブレットはテンソル積型の最大重複双直交ウェーブレットを用いました．

2.1 ヘルマン格子

まずヘルマン格子錯視について考察します．そのため図 1 の画像をわれわれの計算システムに入力します．するとレベル 1 からレベル 8 まで

の出力画像が得られます．出力は 2 次元画像が 8 枚ですが，ここではその断面図を載せています（図 3）．この断面図はヘルマン格子図形の中央の白い水平の道の中央に沿って切った面です．

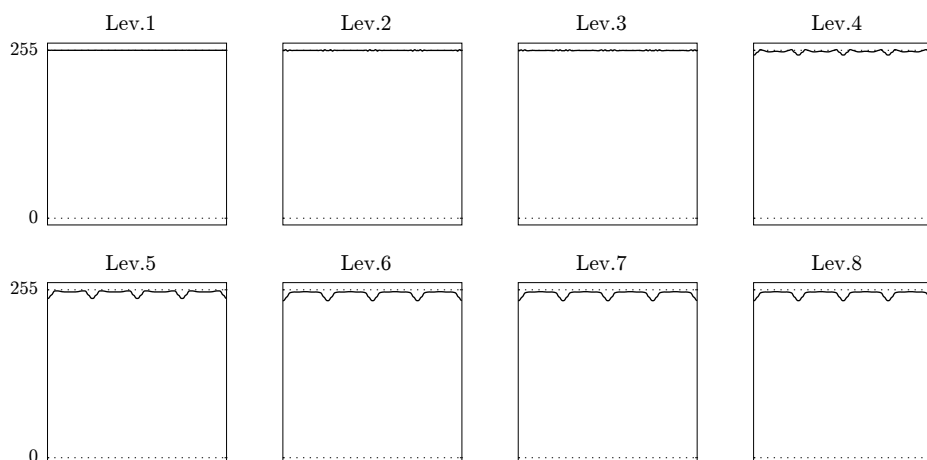


図 3

もし錯視が現れないならば，白い道の断面図なので，255 の定数関数のグラフになるはずですが，しかし，丁度白い道の交差点の位置がレベルが上がるにつれて少しくぼんでいます．これは，その位置に薄暗いスポットが現れていることを示しています²．

ヘルマン格子錯視がなぜ発生するかは，いくつかの説があり，特にバウムガルトナーによる網膜側抑制説が非常に説得力のあるものでした．これは網膜の神経節細胞，双極細胞の受容野がほぼ中心部とそれを取り囲む周辺部からなり，中心部に刺激が加わると発火が抑えられ（あるいは種類によっては促進され），一方周辺部分に刺激が加わるとその反対の反応を示すという性質から，錯視を説明するというものです．この説明はい

²この結果からわれわれのモデルは中心窩に関するものではないことがわかります．中心窩に関するモデルについては現在研究を進めております．

くつかの本にも載せられています。しかしその後、ヘルマン格子に関連した現象で、側抑制説では説明のつかないものがいくつも発見されつつあります。現在では大脳皮質での情報処理も深く関わっていると考えられるようになってきました。われわれの計算機シミュレーションは、この新しい説を計算機シミュレーションによって支持するものとなっています。たとえば網膜以降の効果があることについて、ヴォルフエ (1984) やシュピルマン (1971) がヘルマン格子図形のヴァリエーションに関する現象を提示していますが、それらもわれわれの方法でシミュレーションできます ([1], [4])。

2.2 シェブルール錯視

次にシェブルール (1786–1889) による錯視図形 (図 4) について述べたいと思います。彼は化学者でしたが、色彩についても研究をし、特に色彩対比論は有名です。シェブルール錯視図形は図 4 のように、いくつか

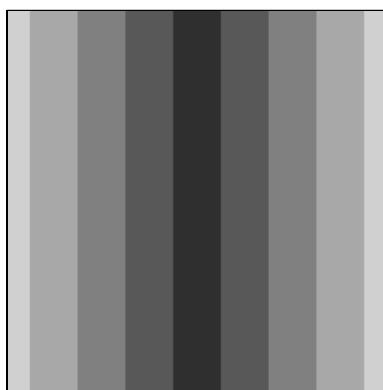


図 4

の一定の輝度からなる帯が何本か並んでいるものです³。その輝度分布は図5のようになっています。しかしたとえば，左から二つ目あるいは三

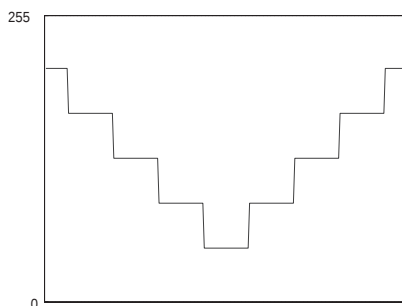


図 5

つ目の帯をご覧ください。その帯の左端がやや暗く，右側にいくほど次第に明るくなり，帯の右端は明るく見えると思います。これは錯視です。この錯視はどのようなメカニズムによって起こるのでしょうか？古典的には，これもやはり網膜細胞の側抑制により説明されています。われわれのシミュレーションによれば，この錯視は図6のように現れます。この結果から，小さい受容野をもつ視覚細胞により，帯と帯の境界線が強調され，明から暗への（あるいは暗から明への）傾きのある曲線は，比較的大きな受容野をもつ視覚細胞により形成されていくことがわかります。

ところで，われわれのシミュレーションは，シェプルールの錯視に非線形処理が関係していることを示しています。古典的な側抑制の説明は，ある意味で線形的です。しかし，じつはシェプルールの錯視のヴァリエーションを使って，私たちの視覚は非線形処理をしていることが，次のように示されています（ラトリフ 1984, ロスほか 1989, 川人 1996）：図7を見てください。左の図はやや暗いグレーの帯とやや明るいグレーの帯が

³印刷の都合上，この図形がよく見えない場合は，筆者のホームページ [5] 内にある視覚数学 e 研究室をご覧ください。

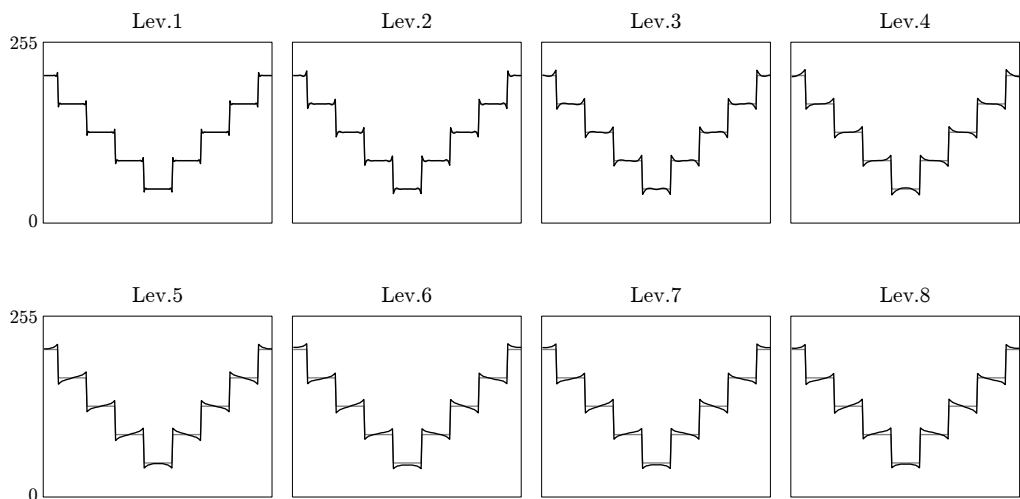


図 6

並んでいます．また右の図では黒と白の帯が並んでいます．これに対する知覚は，左側の図においては明るいグレーの境目がより明るくなっているように見えます．もし側抑制理論のみを使って考えるならば，右の図の黒い帯と白い帯の輝度の差は，左の図の二つの帯の輝度の差よりもかなり大きいので，右の図における白い帯の左側の境界の付近がもっと強く明るく見えるはずです．しかし実際は，そうではありません．これは視覚情報処理が線形ではないことを意味しています．

この現象に対するわれわれのシミュレーション結果は図8です．シェプルの錯視図形のみならず，問題の非線形現象もシミュレーションできていることがわかります．



図 7

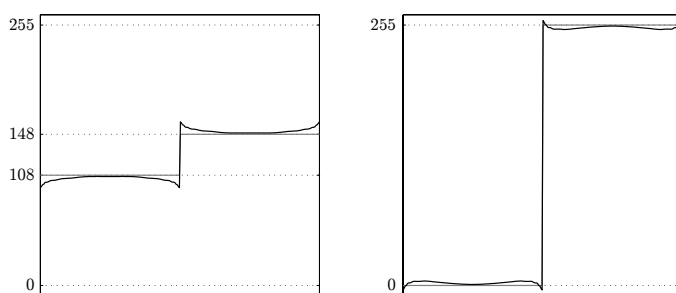


図 8

2.3 カフェウォール錯視

図9の錯視はカフェウォール錯視と呼ばれているものです．もともとはブリストルのカフェの壁に施されたデザインに起源をもっています．どのような錯視であるかというと，水平方向のモルタルが実際は平行に描かれているにもかかわらず，傾いているように見えるという錯視です．なおモルタルの輝度は暗い正方形よりは明るく，明るい正方形の輝度よりは暗くなっています．これに似た錯視でミュンスターベルクの錯視というものもあり，それはモルタルの部分の暗い正方形と同じ輝度になります．カフェウォール錯視，ミュンスターベルク錯視は傾き錯視と呼ばれ

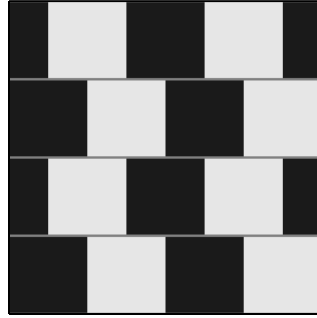


図 9

るものの一種です．なお傾き錯視で有名なものとしては，図 10 のフレーザーのねじれ紐の錯視があります．

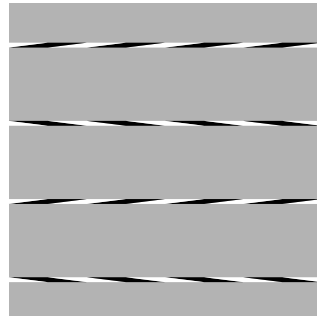


図 10

フレーザーは 1908 年の論文で，ミュンスターベルクの錯視の要因は，ねじれ紐と同じであることを唱えました．その後，モーガンとモールデンが 1986 年に帯域通過フィルタリングにより，フレーザーの説を支持する結果を得ました．フレーザーの説に関連して，本稿ではわれわれのシステムによる分析を述べたいと思います．カフェウォール錯視図形をわれわれのシステムに入力し，そのアウトプットのうち錯視が関連する水

平部分から，非線形処理を加えないウェーブレットフィルタバンクのアウトプットの水平部分を引いたものを計算します．その結果が図 12 の左のものです (ただし見やすくするために適切にスケーリングしてあります)．この図より，カフェウォール図形の情報を処理する過程でねじれ紐が現れていることがわかります．

ところで，カフェウォール錯視図形のモルタルの部分の小正方形よりも黒くすると，錯視が現れない (図 11 中央)，またモルタルの部分の太くすると錯視が現れない (図 11 右図) ことが知られています (グレゴリー，ハード, 1979) ．

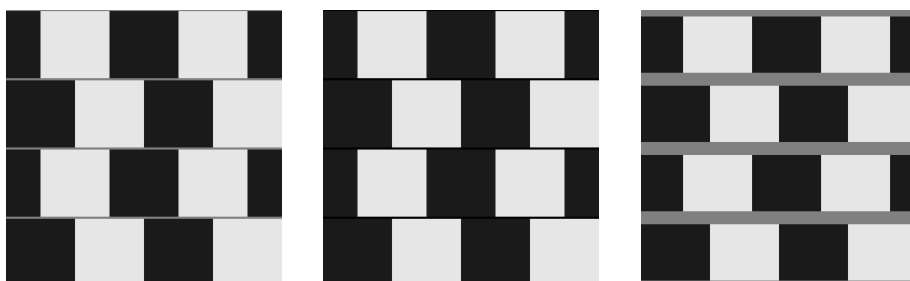


図 11

これらの図形に対しても，カフェウォール錯視図形と同様の計算を試みます．すると結果は図 11 中央に対するものが図 12 中央，そして図 11 右図に対するものが図 12 右図になっています．確かにねじれ紐がこの操作で現れないことがわかります．なお図 11 左図は図 9 と同じカフェウォール錯視図形で，すでに述べたように図 12 左図はそれに対する計算結果です．

本稿では述べませんが，このほかにもさまざまな錯視について，その発生シミュレーションならびに分析ができます．それらについては [1], [2], [4] を参照してください．

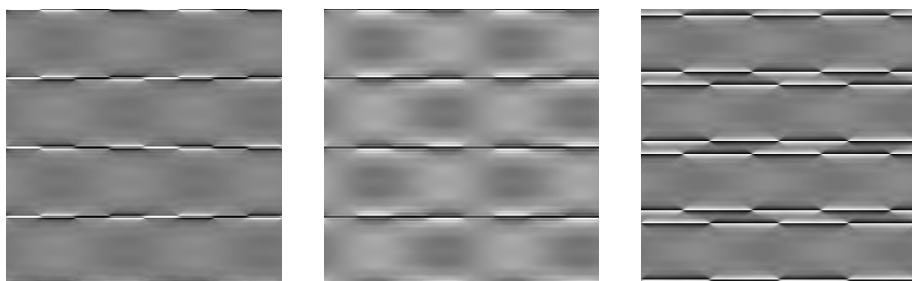


図 12

3 発展

ウェーブレットフィルタの構成は，ウェーブレット解析の主要なテーマの一つです．われわれも視覚理論の側面から，ウェーブレットの構成を研究しています．図 13 で描いたウェーブレット・フレームフィルタはわれわれが考案したものの一つです ([3])．テンソル積型のウェーブレットに比べ，方向性があることがわかります．方向性のあるウェーブレットフィルタとしては，ドノホー，キャンデスによるカーブレットや，キングスバリーらによるコンプレックス・ウェーブレットが知られています．しかし，われわれが提案したものは，これらとは全く異なる構成方法によるもので，視覚研究に適しているほか，計算機へのインプリメントが非常に簡単で，計算も軽いという利点を持っています．

さて，これまで錯視図形について調べてきましたが，風景のような自然な画像に対してわれわれの方法を適用してみると，われわれのシステムは不必要に画像を損なうことなく，自然画像の鮮鋭化してほしい場所を鮮鋭化してくれることがわかります ([1], [4])．しかしこれはそれほど驚くべきことではありません．ものをできるだけはっきり見ようとする人間の視覚系を模して作ったため，当然の結果といえるでしょう．このことから，われわれの錯視の研究は，視覚情報処理に深く関係している

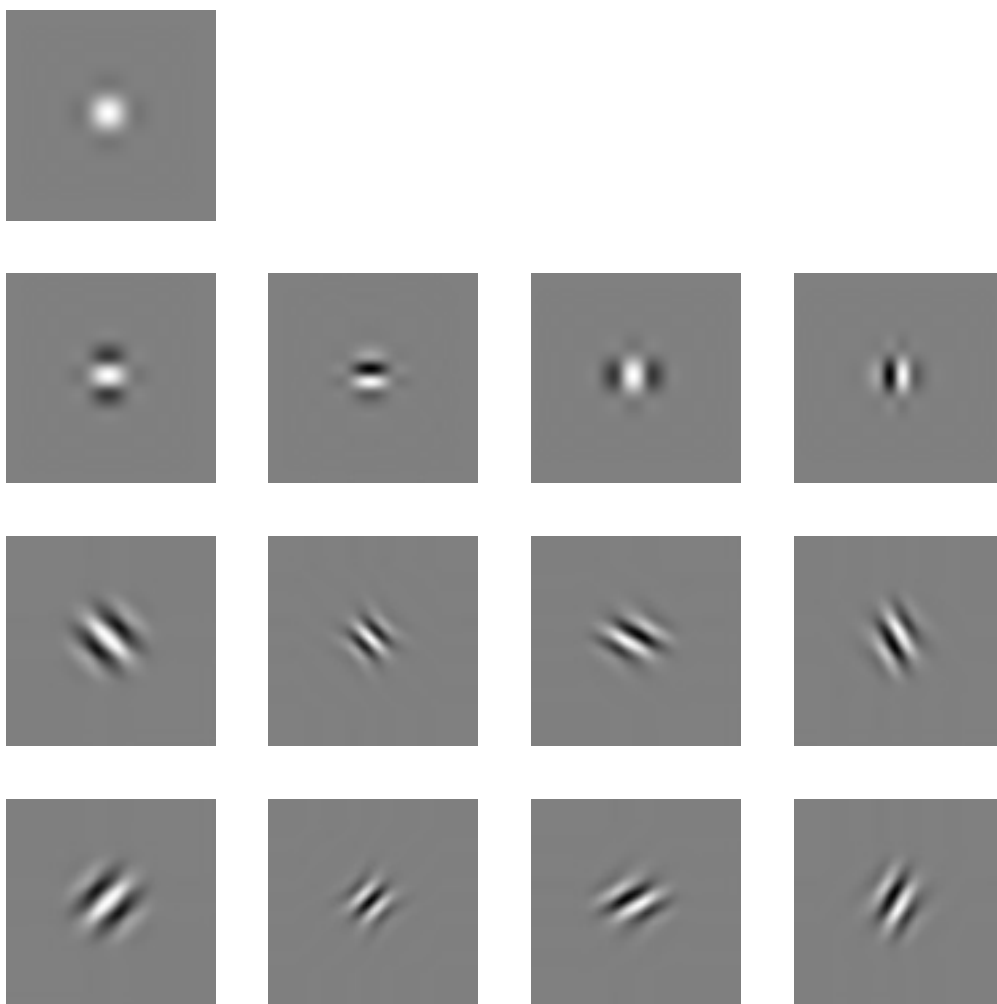


図 13 筆者考案のウェーブレット・フレームの分解フィルタ (レベル3)

だけでなく，画像処理などにも良い応用があることが十分期待できます．

錯視の発生のメカニズムをはじめ，視覚は古くから研究されてきましたが，いまだに解明されていないことがいろいろとあります．筆者自身は本稿で紹介したわれわれの結果を礎石の一つとして，心理物理学，神

経生理学，色彩科学，脳科学，画像処理などで得られた成果も視野に入れた視覚の研究を進めているところです．

4 あとがき

最後に余談になりますが，視覚の研究に関連して個人的な話を少しさせていただければと思います．私は 2001 年の夏に偶発的なあるきっかけから，視覚の研究をするようになりました．それを進めるうちに，さまざまな理論を知りましたが，その中にゲーテ (1749–1832) の色彩に関する理論がありました．ゲーテはいわずと知れたドイツの文豪ですが，彼は色彩についても相当力を入れて研究しており (後註 2) 『Zur Farbenlehre』という著書も著しています．その中に次の一節があります．

『この本の著者は色彩論を数学から完全に切り離すように努めた (中略) 幸運にも交流のある先入観のない数学者が，ほかの仕事に煩わされておらず，もしも共同で研究が行えたならば，この側面からのいくつかの貢献もできたことであろう』
(J.W.v.Goethe, Zur Farbenlehre, Didaktischer Teil より訳出)

じつは私が通っていた中学，高校はドイツ語を第一外国語としており，当時の校長であったドイツ文学者の小池辰雄先生の影響で，ゲーテにたいへん惹かれていたことがありました．また中学 2 年から 3 年にかけて，ボンにあるニコラウス・クザーヌス・ギムナージウムで一年ほど勉強したのですが，この間にフランクフルトやデュッセルドルフのゲーテ博物館を何度も見学し，ゲーテに心酔していきました．しかし高校の頃になると，急速に哲学や数学に興味に移り，現在までの数十年間ほとんどゲーテを意識することはありませんでした．ところが数学の研究者となつたいま，視覚の研究を通じて再びゲーテと邂逅し，しかも彼が数学者を共

同研究者に欲しいと考えていたことを知り、驚きを感じました。またそれと同時に、ゲーテが『Zur Farbenlehre』の中で数学者に託した期待を裏切らないよう、研究をさらに進めたいと考えるようになりました。

なお現在色覚についても研究をすすめ、いくつかの結果も得られています。数学的方法を用いた色覚の研究についても、いずれご紹介できる機会に恵まれればと思います。

(後註 1) ウェーブレットというと、狭い意味では正規直交基底を表し、やや広い意味では双直交基底も含みます。ウェーブレット・フレームは基底よりも冗長なフレームになっているものを指します。フレームレットなどもウェーブレット・フレームです。われわれはの視覚の研究では、主にウェーブレット・フレームを用います。

(後註 2) ゲーテが色彩の研究にどれだけ思い入れをしていたかは、エッカーマン著『ゲーテとの対話』(山下肇訳、岩波文庫)の次の件からもわかります:「詩人として私がやってきたことなど」と彼(ゲーテのこと、筆者注)は繰り返しよく言ったものだ、「どれに対しても少しも自負などもっていないさ。(中略)しかし、今世紀になって色彩論という難解な学問において、正しいことを知ったのが私ただ一人だということは、私のいささか自慢にしていることがらだ」

参考文献

- [1] Hitoshi Arai: A nonlinear model of visual information processing based on discrete maximal overlap wavelets, to appear in *Interdisciplinary Information Sciences*.
- [2] 新井仁之, 新井しのぶ: ウェーブレット分解で見る, ある種の傾き錯視における類似性, *VISION, the Journal of Vision Soc. of Japan* 17 (4), 2005 (in press).

- [3] Hitoshi Arai and Shinobu Arai: Maximal overlap wavelet frames with directionality and applications to vision science, *in preparation*.
- [4] 新井仁之：ウェーブレットと視覚－明暗の錯視をめぐって－，数学のたのしみ 2004 秋，78–99.
- [5] 新井仁之：<http://www4.ocn.ne.jp/~arai/>（視覚数学 e 研究室のホームページ）
- [6] 新井仁之，ウェーブレット入門，数学のたのしみ 2004 秋，14–34.

（あらいひとし / 東京大学大学院数理科学研究科）