

人の視知覚に切り込む数学とその応用

—調和解析, 錯視, 画像処理, アート—

早稲田大学 教育・総合科学学術院

新井 仁之

数学はさまざまな物理現象, 生命現象, 社会現象などの研究に使われています. これらの現象を「外的な現象」と呼ぶならば, 筆者が数学を用いて研究しているのは人の視知覚という「内的な現象」です. 外的な現象の数学的な研究は, 昔から大勢の人たちにより研究されているのに対して, 内的な現象である脳内の視覚情報処理については, これを本格的に研究している数学者は非常に少ないというのが現状です. しかし, この内的な現象の数学的な研究は大きな発展性のある分野です. 実際, 本稿で紹介していきますが, 視知覚の数学的研究は「脳」という広大な世界と直結していますし, 視知覚に関わるさまざまな科学, 技術, 産業, さらに芸術にも応用/実用が広がっています. また, この方向の研究を推し進めるには, 単に既存の数学を使うだけでなく, 新しい数学も考えていく必要があります. 数学としても様々なテーマを内包しています.

本稿では, 視知覚について筆者が研究していることを専門的な予備知識をなるべく仮定せず述べて, 少しでも多くの方にこの方向の研究の面白さをお伝えできればと思います.

1. 視知覚の研究と数学の関わり

『人がものを見ることのできるメカニズムはどのようなものか?』

これが解明したい問題の一つです. この問題は古代より多くの研究者の興味を惹いてきました. たとえば古代ギリシャの哲学者のエンペドクレス (前 490 年頃-前 430 年頃) やデモクリトス (前 460 年頃-前 370 年頃), イスラムのアルハーゼン (965 年頃-1039 年

2018 年日本数学会年会 市民講演会 (2018 年 3 月 17 日) に基づく「数学通信」解説記事.

本解説では, この方面の話は初めてという方が少なからずおられると思い, 別の雑誌・書籍等に書いたもの ([A0], [A1], [A2]) と内容的に重複する部分もありますが, 基本的なことから現状までを書きました.

頃), また近世ではデカルト (1596-1650), バークリー (1685-1753) といった人たちもこの問題に参入しています. 19 世紀になると, 心理学が哲学から独立し, 視知覚の精神物理的な研究が進みました. さらに 20 世紀後半以降は, 脳の本格的な研究が開始されると相まって脳科学的な観点からの視覚の研究が急速に進展しつつあります.

数学と視覚研究の関わりは, この脳科学的な研究に端を発しているといつてよいでしょう. 発想は非常にシンプルです (ただし達成することは非常に困難です). つまり, 視覚に関連する脳内の神経細胞が行う情報処理の「数学的な構造」を明らかにしつつ, その数理モデルを作り (本稿ではこれを**視覚の数理モデル**と呼びます), 視覚の仕組みを数学的に解明しようというものです.

2. 視覚の数学的研究と錯視

視覚の数理モデルの研究はこれまでも複数考えられていますが, ここでは筆者の考案した数理モデルについて概説します.

その前に, 筆者の数理モデルにとって重要な役割を担っている錯視について簡単に説明しておきたいと思います. 錯視は通称「目の錯覚」とも言われているものです (実際は目というよりも脳の錯覚です). 次の図をご覧ください. 「夏ワナー」からなる文字列が傾いて見えませんか?

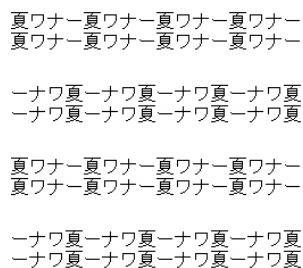


図1. 夏ワナーの文字列傾斜錯視 (新井・新井, 2009)

しかし, 実際には水平に配列されています. 傾いて見えるのは目の錯覚, つまり錯視です. これは文字列傾斜錯視と呼ばれているものです¹.

¹ 文字列が傾いて見える錯視は, 2005 年頃に日本のインターネット掲示板などに現れたものです. 当時, 傾いて見える文字列を見つけて, ネットに書き込む遊びが流行りました. 最初に始めた人は不詳です. 2005 年に新井・新井はこの錯視を文字列傾斜錯視と呼び, 数学的な研究をネットに発表しました. 「夏ワナー」の錯視は

追々紹介していきますが、このほかにもさまざまなタイプの錯視があります。

さて、こういった錯視がどのように視覚の数学的研究に役立つのでしょうか。筆者の考えは次のようなものです。

いま脳科学的な観点から脳内の視覚情報処理の数理モデルの候補を構成できたとします。しかし、これが本当に人の視覚の数理モデルとして機能しているかどうかはどのようにすればわかるでしょう。それをチェックする試金石の一つが錯視であると考えられます。なぜならば、もしも考案した数理モデルを実装したコンピュータが、人と同じように錯視を起こせば、それは視覚の数理モデルの候補になりえますが、もしも錯視を起こさないのであれば、人の視覚の数理モデルとしては失格です²。

さらに錯視は視覚の数理モデル研究において、単なる試金石以上の重要な役割も果たします。脳内の視覚情報処理のメカニズムには未知の部分が多々あります。もしもある錯視を発生させる数理モデル上のアルゴリズムを見いだせたならば、そこから脳内の視覚情報処理の未知のアルゴリズムを数学的に予想することも可能です。

3. 視覚の数理モデルの設計方針

外界からの光が眼球に入り、その信号が網膜で処理・変換されて脳に到達し、さらに脳内で処理されることにより、私たちは外界の様子をイメージすることができます。眼球に入る光を入力情報、私たちが知覚する外界のイメージを出力情報と呼ぶことにします。ここで重要なことは

入力 ≠ 出力

となっていることです。その典型的な例が錯視です。この意味で、私たちの視覚は不完全再構成性を持っているといえます。

視知覚の数学的研究、あるいは特に錯視の数理モデル研究はこの不完全再構成性が発生するメカニズム、あるいは不完全再構成性を生み出す脳内の視覚情報処理のアルゴリズムを数学的に明示的に解明することに主眼が置かれます。

さて、従来のこういった数理モデル研究、とりわけ錯視の数学的研究では、多くの場合、直接この不完全再構成性を再現しようとする数理モデルが作られました。しかし、こ

2005年に新井・新井により文字列傾斜錯視の数学的な解析により見出されたものです。

² 正確に言えば次のようなことです。数理モデル化といっても、現時点では視覚に関する脳の全部のモデルを作れるわけではなく、特定の役割を果たす脳の領野（の一部）の数理モデル化です。錯視はそのタイプによって、主な発生要因のある領野は異なっていると考えられます。正確には数理モデル化した領野に主な要因のある錯視が起こるかどうかが試金石であるということになります。

のタイプの数理モデルは次のような難点を持つことが間々あります。

- ある錯視がシミュレーションできても、(同じ領野に起因する場合ですら) 別の錯視の(良い)シミュレーションができない。
- 自然画像の処理が困難。
- 錯視発生メカニズムの演繹的論理による解明、錯視発生時の脳内の視覚情報処理のアルゴリズムが明確にできていない。

そこで筆者は次のような戦略をとりました。それは三つのステージからなります。

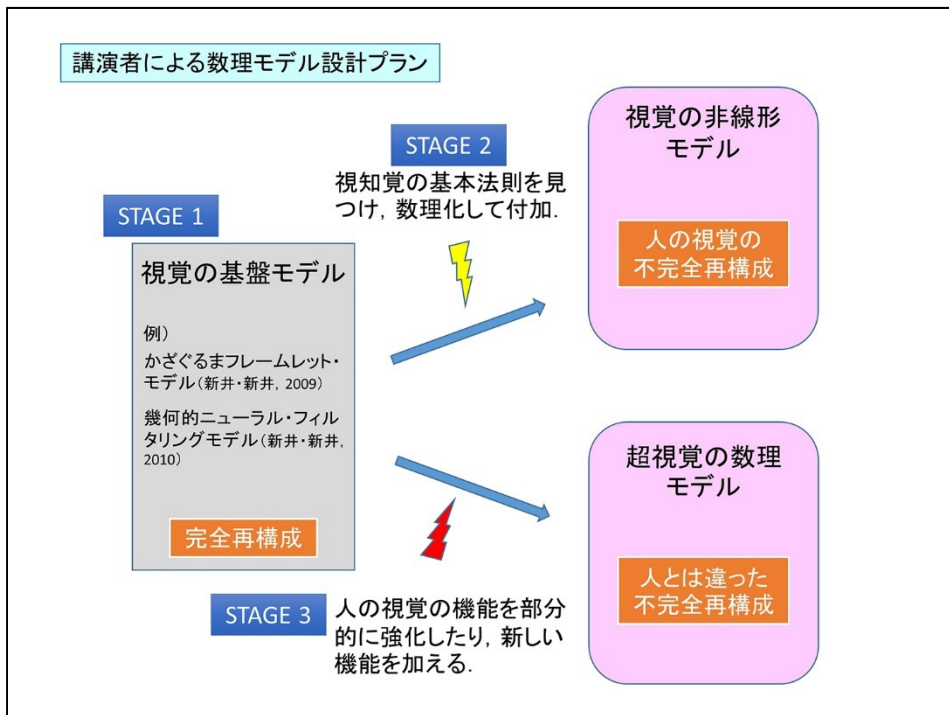


図2. 三つのステージ。

これらのステージの概要を述べます。

【ステージ1 -基盤モデル-】 ここで**基盤モデル**とは、完全再構成性を持つシステムで、脳科学的にある程度 reasonable なものです。その例としては、かざぐるまフレームレットモデル(新井・新井)、幾何学的ニューラル・フィルタリングモデル(新井・新井)があります。前者はプランシユレル型の等式を満たす新しい冗長な斜交関数系で、フレームレット構造という数学的にきれいな構造を持ち、しかも視覚科学的に良い性質をも

つものです。また前者も後者もフィルタはすべて有限長です。これらの構成は純粋に数学（解析学）分野に属する研究といえるでしょう。

【ステージ2 - 視覚の非線形モデル】 基盤モデルは完全再構成性を持っているので、このままでは人の視覚の数理モデルとはいえません。これを变形して人の視覚に近づけることがステージ2です。このステージでは視覚の基本法則を見出し、それを数式で表すことが主な作業です。これを基盤モデルに組み込むことにより基盤モデルは人の視覚と同様の不完全再構成性をもつようになります。これを視覚の非線形モデルと呼ぶことにします。なお視覚の基本法則の発見とその数理化は、さまざまな視覚に関する内的な現象をできるだけ少ない基本法則から“演繹的”に導き出すことを目標としています。その基本法則の一つとして新井・新井（以下筆者らという）は「ある刺激について感ずる強さは、周囲に同種の強い刺激があるときは弱められ、そうでないときは強められる」を提案し、その数理化を行いました。現時点ではこの法則+ α により視覚の非線形モデルを作り、大脳皮質のV1野あるいはV4野の一部に主な要因があると考えられる多くの錯視を統一的方法でシミュレーションまたは解析できるようになりました。例は後述します。

【ステージ3 - 超視覚システムの構築】 ステージ2の目標は、基盤モデルを变形して、非線形モデルを人の視覚の不完全再構成性に近づけることですが、しかし数学の汎用性を考えれば、必ずしも人の視覚にこだわる必要はありません。たとえば人の視覚の特定の機能を特化し、強化したようなシステムを構築することも可能です。これを行うのがステージ3です。このステージは応用に富んでいて、たとえば錯視の全く新しい解析法（錯視の構造解析法）や画像処理への応用などが得られます。これらについては後述します。

4. 産業上の課題から生まれた錯視研究の例（ステージ2）

先述したように筆者らの数理モデルは、ある程度の錯視を統一的にシミュレーション/解析することができます。本稿ではそのうち色の同時対比錯視と呼ばれる錯視について述べたいと思います。錯視の研究は多くの場合、純粋に学術的な興味から行われていますが、色の同時対比錯視は例外で、その本格的な研究は産業上の課題を動機として始められました。

1824年、フランスの化学者ミシェル・ウジェーヌ・シュヴール（1786-1889）が王立ゴブラン織研究所・染色研究部門の監督に就任しました。ゴブラン織はヨーロッパで作られたタペストリーで、当時フランスの宮殿や貴族の館を飾るものでした。この種のタペス

トリーはもともとベルギーで製造されており、王立ゴブラン織研究所はこれをフランスでも製作してフランスの国家的な産業にしようという目論見から創設されたものでした。いわば当時のフランスの国家的産業プロジェクトの一つであったといえるでしょう。



図3. ゴブラン織 (ベルギー製). カラー版画像が [A]のサイトにあるので参照してください.

さて、監督に就任したシュヴルールに、ゴブラン織の仕上がりが悪いという苦情が持ち込まれました。しかし、シュヴルールは調査の結果、それは染料の問題ではなく、今日言うところの色の同時対比錯視であることを見出しました ([K]; [C]参照)。色の同時対比錯視の一つの例は図4 (a) です。なお本誌面はカラー印刷でないため、色の同時対比錯視とそのシミュレーション結果は再現されていません。カラー版画像を [A] のサイトに載せてありますので、画像はそちらをご覧ください。

色の同時対比錯視を説明します。([A]の) 図4 (a) をご覧ください。左右の小さい正方形は同じ色ですが、違った色に見えます。同じ色でも背景によっては違った色に見えるというのが色の同時対比錯視です。なお ([A]の) 図4 (a) では背景の色は異なりますが、輝度³は同じにしてあります。シュヴルールはこのような色の同時対比の研究を組織的に行い、1839年に色の同時対比に関する著書を著しました ([C]及びそのまえがき参照)。その後もこの錯視に関する研究は進みました。筆者が考えた数学的な一つの問題は次のようなものです。

脳内の視覚情報処理の数理モデルで色の同時対比錯視の再現ができないだろうか？

筆者らは先述の基本法則と色に関する最近の神経科学的な実験的結果を踏まえて、脳内の視覚情報処理の非線形モデルを作り、比喩的に言えば、それを実装したコンピュータに人と同じようにさまざまな色の同時対比錯視を起こさせることができました (正確に言えばこの錯視をシミュレーションできました)。その一例が ([A]の) 図4 (b) です。

³ CIE L*a*b* 色空間における L* が同じという意味。

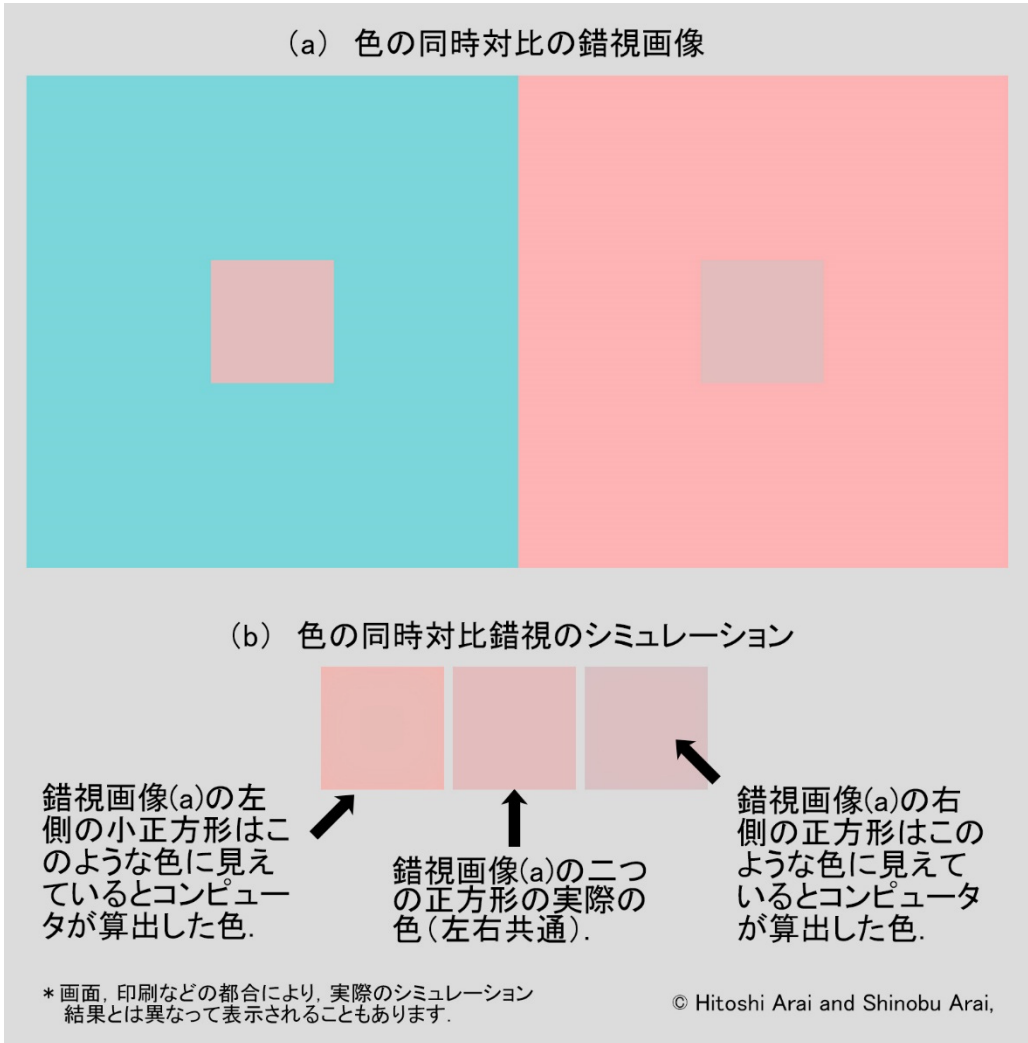


図4. (a) : 色の同時対比錯視. (a) の左右の小正方形の色は同じだが、違った色に見える. (b) 色の同時対比錯視のシミュレーション結果 ([A3]). カラー印刷でないため、本誌面では錯視、シミュレーションは再現されていません. カラー版画像は[A]のサイトをご覧ください. ただしパソコン画面によっては、錯視・シミュレーションとは異なって表示されることもあります.

ところで、視知覚は人によって個人差があります。したがって視覚の数理モデルといっても、おおよその傾向はあっても精確に万人共通のものはありません。筆者らの数理モデルについていえば、パラメータがあり、それを調整することにより個々人の視知覚にある程度適合させることが可能です。ちなみに ([A]) の図4 (b) のシミュレーションは筆者らの視知覚に合わせた数理モデルで、筆者らの色の同時対比錯視のシミュレーションとなっています。

5. 錯視の逆処理問題

従来の錯視研究の多くは、錯視発生の説明や錯視のシミュレーションが主題でした。しかし、現実的な産業上の要請を考えれば、たとえば色の同時対比錯視についてはシミュレーションができるだけでなく、一步深めて次の問題を解決する必要があります。

特定の背景のもとである色を知覚するには、何色を載せればよいか？

筆者らは、脳内の視覚情報処理の数理モデルが行う処理のある種の逆算をして、この問題に対する一つの答え導き出しました。結果は図5です。

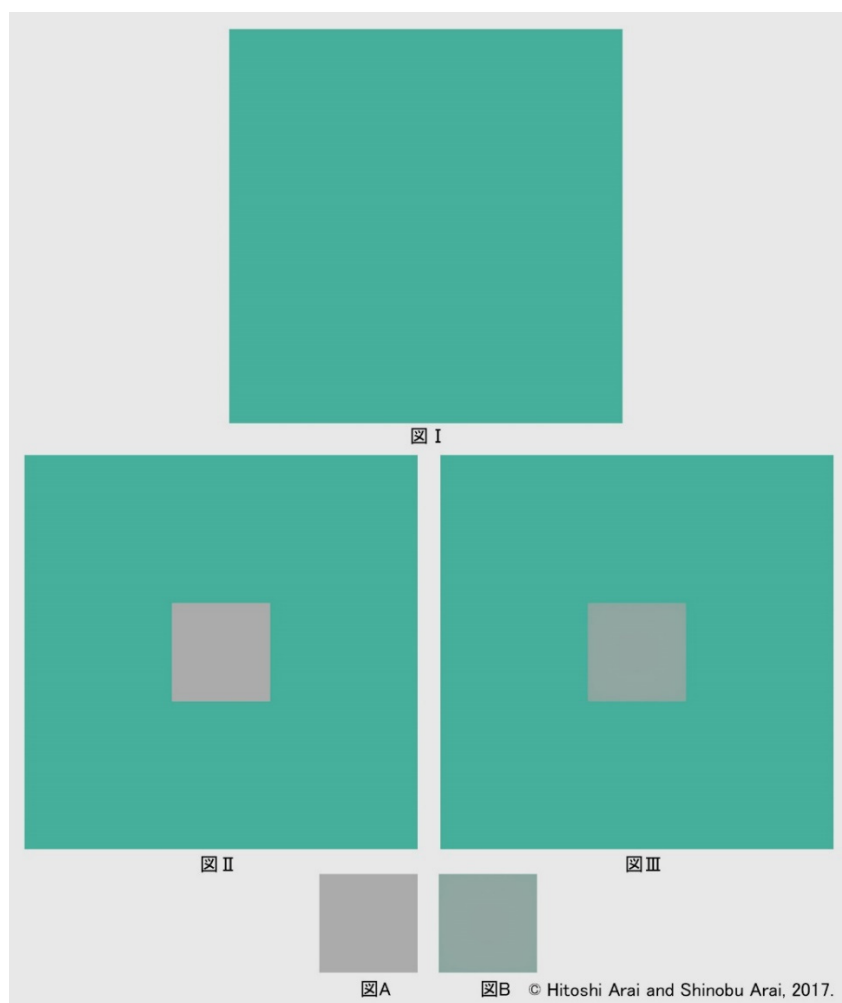


図5. 脳内の視覚情報処理の数理モデルによる色の同時対比錯視の逆処理問題の解 ([A3]). カラー印刷でないため誌面では結果が再現されていません。カラー版画像は[A]のサイトをご覧ください。ただしパソコン画面などの都合により、実際のシミュレーション結果とは異なって表示されることもあります。

なお本誌面はカラー印刷でないため、色の錯視の解析画像が再現されていません。カラー版画像を [A] のサイトに載せてありますので、そちらをご覧ください。

ここで述べておきたいことは、この問題は単に順計算の逆をたどれば解けるというわけではないことです。しかし幸いなことに人の視知覚の識別能力は完全なものではなく、だいたい同じだったら同じに見えるという特性を持っています。筆者らはこの性質を上手く利用して、ほぼ逆を求めました。

図5の説明をします。(A)の図5中の図Aの色を図Iの背景の上で出すには、どのような色を書ければよいか問題です。(A)の図Aを図Iの上に載せたものが(A)の図IIです。少しピンクがかってしまうことがわかります。新井・新井の数理モデルが算出した答えは(A)の図Bです。(A)の図Bを(A)の図Iの上に載せたものが(A)の図IIIで、(A)の図Bが(A)の図Aの色(に近い色)に見えます。ただしこれは筆者らの視知覚にフィットさせた数理モデルによる計算です。

さて、色の錯視は織物だけでなく、衣服、化粧、カーデザイン、ポスターなど色彩に関連するビジネス、またはアート分野ではしばしば問題になるものです。こういった分野に現れる問題を数学により解決できることが期待できます。ただし色の錯視には同時対比以外にもいくつかのタイプの錯視があり、本稿では触れませんが、その中には現在も数理モデル化ができていない難問もあります。

6. 人の視覚にやさしい画像処理 (ステージ2)

第4節、第5節では特定の錯視画像を扱ってきましたが、ここでは自然な画像に対してどのような処理がされるのかを示したいと思います。結論を先に示すと次頁の図6 (a)が図6 (b) のようになります (ただし本誌面はカラー印刷でないため、原画像、処理画像が再現されていません。画像については [A]のサイトをご覧ください。)

(a), (b) の違いは、たとえば (b) の方が波の部分が鮮明になっていますし、水面の細かい揺れも見やすくなっていて、水の質感も出ています。

さて、図6 (b) の画像処理結果には二つの意義があります。一つは錯視科学的意義であり、もう一つは画像処理的な意義です。これらについて述べます。

錯視科学的意義 ここで使っている筆者らの視覚の数理モデルは、さまざまな錯視発生を統一的にシミュレーションできるものです。たとえば、ヘルマン格子錯視とそのバリエーション、シュヴルール錯視、マッハの帯、明暗の同時対比錯視、色の同時対比錯視、このほかカフェウォール錯視の解析などです。本稿には載せていませんが、山の風景写真な

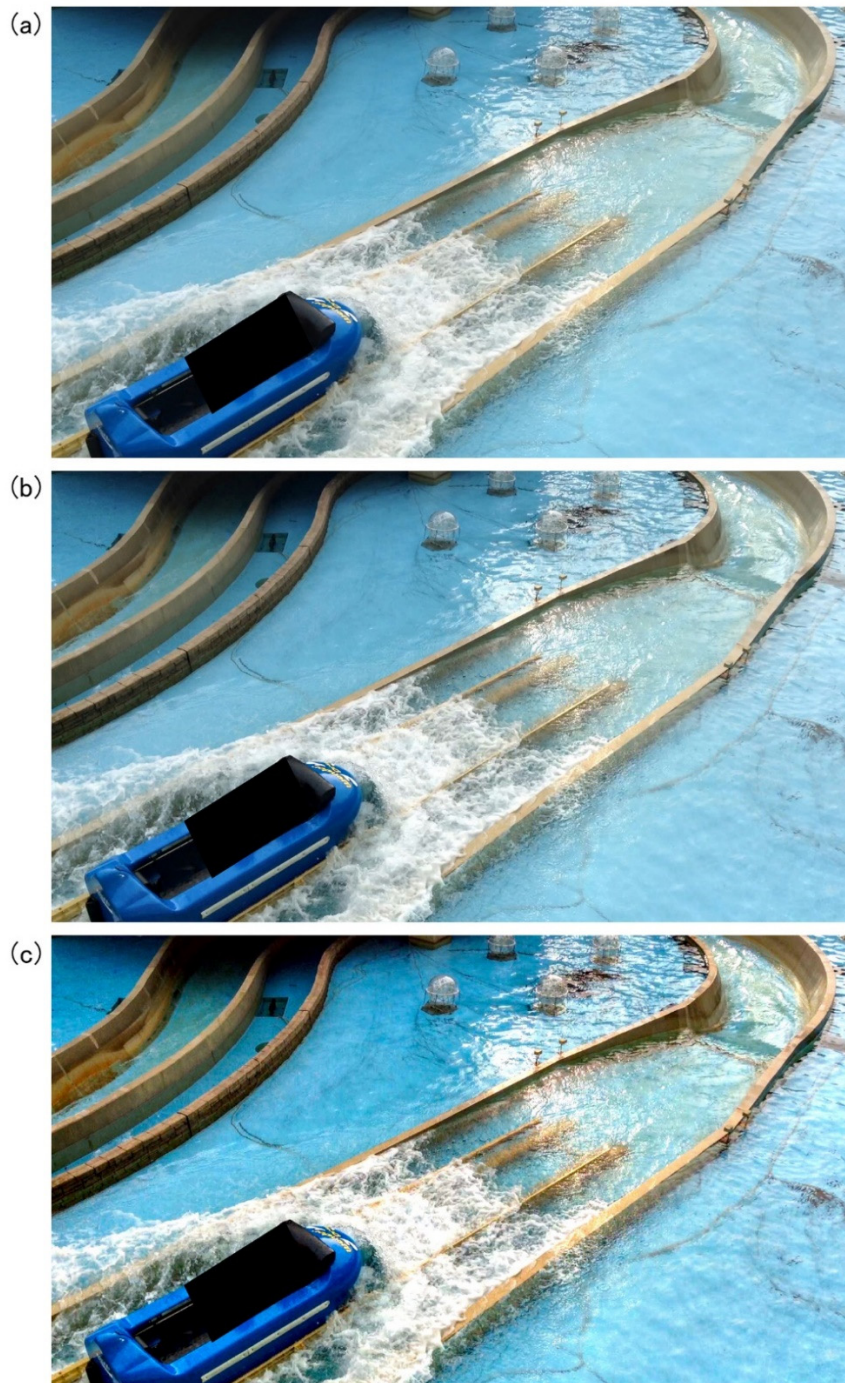


図6. (a) 原画像, (b) 数値モデルによる処理画像([A4]), (c) 鮮鋭化強化画像([A4]). カラー印刷でないため、本誌では原画像・処理画像が再現されていません。画像は [A] のサイトをご覧ください。人の部分は黒塗り にしてあります。

どを同じ数理モデルで処理すると、山肌の様子や遠くの山の稜線などが明確になります ([A7]).

このことから次のことが帰結できます。錯視は視覚系の欠陥であるという説がありますが、しかし、本数理モデルから上に挙げたような錯視はむしろ、ものを良く見ようとするための代償であるといえます。なぜならばステージ2で得た数理モデルが、これらの錯視のシミュレーションをできるものだからです。重要な点は、この帰結が思弁的ではなく、数学的な帰結として示されたことにあります。

画像处理的意義

本提案の鮮鋭化では画像全体を歪めることなく、人がよく見たいところを自動的に鮮鋭化する言わば人の視覚に優しい鮮鋭化となっています。そうなる理由としては、これが脳内の視覚情報処理の数理モデルによる鮮鋭化だからであるといえます。市販の画像処理ソフトによる鮮鋭化との違いと利点については[A4]の明細書に示してあります。

7. 人の視覚を超える画像処理 (ステージ3)

ステージ2では視覚の基本法則を見つけ、それを数理化して基盤モデルに付加したわけですが、人の視覚機能の再現にこだわらず、人の視覚の特定の機能を強化することも可能です。たとえば前節で見たように、人の脳内の視覚情報処理は鮮鋭化機能をもつので、その部分を強化することも可能です。それを実行したのが ([A]) の 図6 (c) です。同じ図の (b) に比べてより鮮鋭化されていることがわかります。特に水と波の部分は、より私たちが実際に見たものを想起させる画像になっていることがわかります。

ここでは静止画を扱っていますが、動画画像処理も可能で、この鮮鋭化を用いれば、たとえば少しぼやけた動画画像でも、人が見やすい不自然さのない鮮明な動画にすることが可能です。

このほかにも人の持つ視覚機能を特化・強化させた数理モデルを作ることが可能です。それによる画像処理例を示しましょう。

新しいタイプのエッジ検出

人の視覚情報処理にはエッジを検出する部分があります。そこを特化・強化させることにより新しいタイプのエッジ検出が可能になります。その一例が図7 (b) です。図7 (a) が原画像、(b) が筆者らの方法によるエッジ抽出画像です。

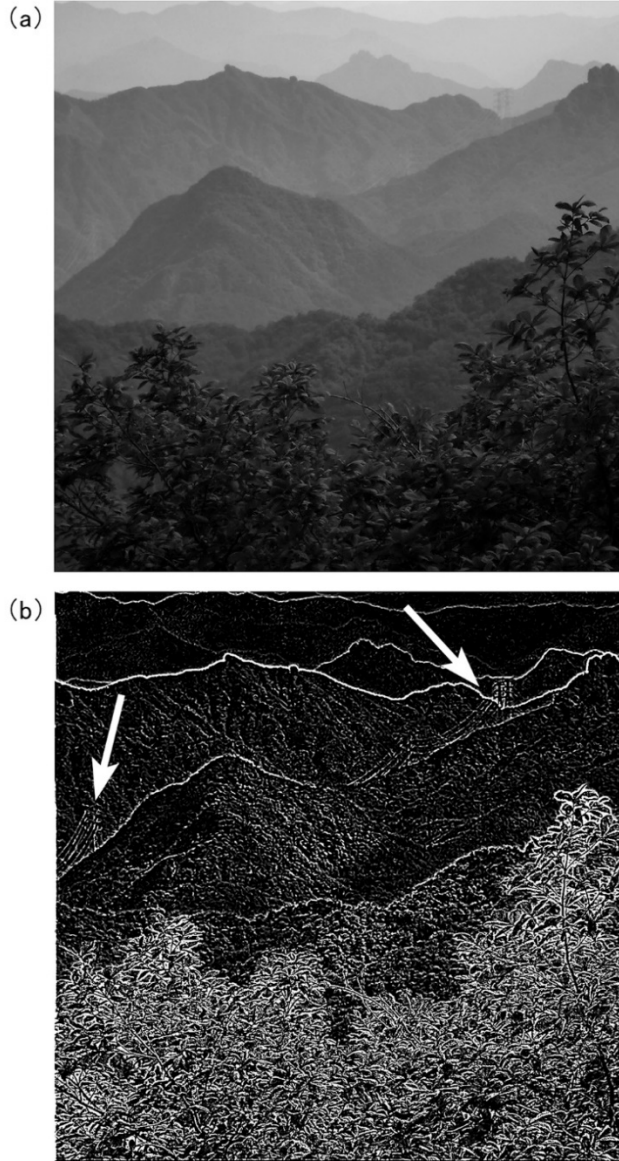


図7. (a) 原画像, (b) エッジ抽出強調画像 ([A5]). 写真では視認しにくい鉄塔と高圧線が容易に視認できます. (画像は[A]のサイトをご覧ください.)

従来のエッジ検出技術としては Canny 法が有名ですが, 筆者らによるものは, Canny 法とは質の異なるエッジ抽出をすることが可能です. 特に注意してほしいのが, 図7 (b) の白い矢印で示した部分です. 図7の原画像 (a) では非常に視認しにくい鉄塔と高圧線が容易に視認できるようになっています.

この技術はぼやけている画像でも威力を発揮します. たとえば曇天のときに撮影した航

空写真に適用すると次のような結果が得られます。

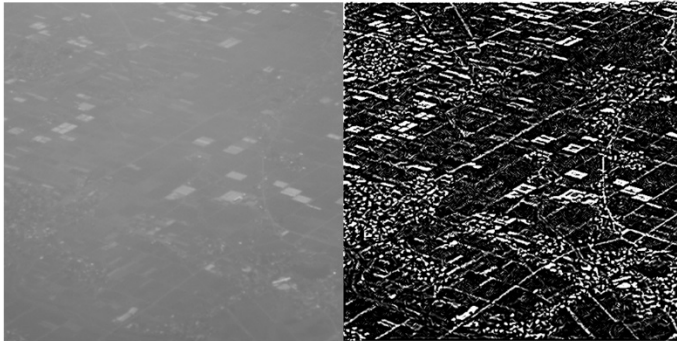


図8. 左図：原画像，右図：エッジ抽出画像（[A5]）（画像は[A]のサイトをご覧ください。）

曇天の航空写真。雲に遮蔽された下の様子が，目視よりもわかりやすくなっています。

図8の左図は曇天のときに筆者が撮影した航空写真で，右図は筆者らのエッジ検出技術を適用して得られた画像です。雲に遮蔽された下の様子が，よりわかりやすくなっています。ここでは示しませんが，他にも本画像処理技術の有効性を示す事例が複数あります。

このように視覚の数理モデルで，エッジ検出機能を特化・強化することにより，目視では視認し難い対象を視認しやすくし，その結果，発見しやすくすることができます。

このほかにもノイズ除去，輪郭線検出，立体的エッジ検出，有限長フィルタの新しい設計法などの新技術も得られています（[A5]，[A6]）。

8. 脳，錯視，そしてアート（ステージ2～3）

最後にアートへの応用について述べます。古くから錯視は絵画や建造物に意識的か無意識的かは別にして，しばしば利用されてきました。たとえばルーベンスの描いた「キリストの降架」では，ポッゲンドルフ錯視効果を避ける工夫がされていたことが報告されています（Topper, 1984）。また，ジョルジュ・ド・ラ・トゥールの「大工の聖ヨセフ」などのように明暗の対比錯視はよく利用されています。錯視がアートにどのように利用されてきたかについては，たとえば [A7] でいくつか紹介してありますのでご覧ください。

さて，20世紀半ばに「オプ・アート」（Op Art, Optical Art の略）というジャンルが現れました。これは錯視を陰に利用したり，錯視を避けたりするのではなく，積極的に錯視効果を前端的に取り入れたアートです。

このオプ・アートに筆者らは視覚の数理モデルを応用しました。そのアイデアと実施例

を紹介します。

これまでオブ・アートの分野では、多くの場合、錯視研究者やデザイナーが発見した既存の錯視パターンが使われ、アーティストにとっては、その錯視を利用したりアレンジしたりして、いかに優れた作品を作るのかが才能を発揮できる腕の見せ所でした。これに対して、筆者らは、アーティストが既存の錯視ではなく、一步踏み込んで自分の好きなコンセプトの錯視を作れるようにする技術を開発しました。その原理は次のようなものです。

まず準備的な考察から始めます。すでに記したように、私たちが錯視を起こすのは、脳内の神経細胞の活動によるものです。そこで次のような思考実験をしてみます。もしも人の脳内の神経細胞の活動をピンポイントで自由に制御できると仮定します。さらに人がある錯視を知覚するとき、その原因となる神経細胞が特定できたとします。このとき、錯視画像を被験者に見せて、同時にその原因となる神経細胞の活動を抑制すれば、脳を操作された被験者は理論的には錯視画像を見ても錯視を起こさないとはいえます。

これを実際に行うことは困難なので、このアイデアを数理モデル上で実現してみました。対象としたのは最初にあげた文字列傾斜錯視(図1)です。まず数理モデルで図1の文字列傾斜錯視を基盤モデルに入力しました。そして数理モデル内の神経細胞(に相当するもの)の反応をモニタリングすると、図9のようになりました。そこで反応している部分のうち、中央列付近のある範囲内の数理モデル上の神経細胞の反応を止めたところ、数理モデルを実装したコンピュータは図10のような画像を出力してきました。これを見ると、文字列傾斜錯視が消失しています。その理由は、理論上この画像には文字列傾斜錯視発生に寄与する神経細胞が反応する要因がないからです。

比喩的に言えば、視覚の数理モデルを実装したコンピュータにおいて、数理モデル上の神経細胞を操作することにより、文字列傾斜錯視画像をコンピュータが見ても(入力されても)、錯視現象がコンピュータには発生しなかった(出力しなかった)のです。

余談ですが、じつは「夏ワナー」以外の文字列傾斜錯視に対しても「夏ワナー」の錯視に寄与する部分の反応を抑制すると、ほとんどの場合、傾いて見える錯視が消失します。すなわち、計算機実験により文字列傾斜錯視を起こす数理モデル上の共通する神経細胞(に相当するもの)を特定できたこととなります。

この筆者らの錯視のコントロール技術は錯視の新しい解析法にもなっていて、筆者らはこれを「**錯視の構造解析法**」と呼んでいます([A8],[A9])。

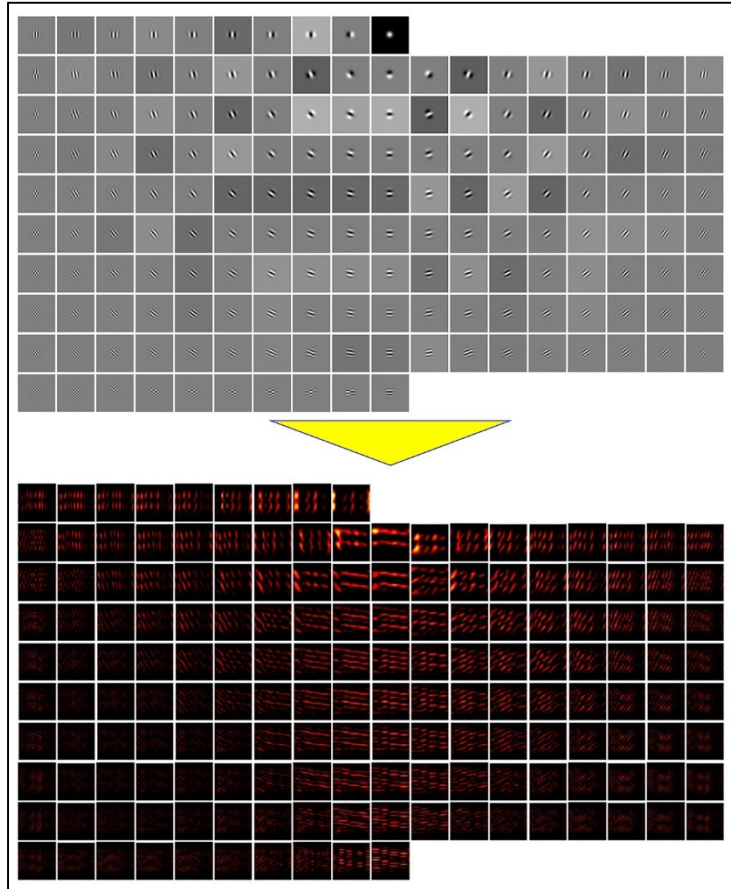


図9. 上図：基盤モデル（かざぐるまフレームレット）の一部，下図：「夏ワナー」の文字を入力したときの反応の記録（新井・新井）．[A]のサイトにあるカラー版画像では赤い部分が強い反応をしている．

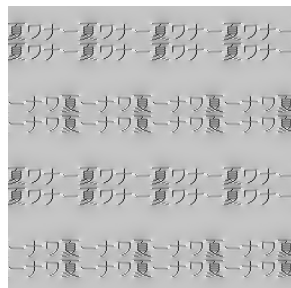


図10. 文字列傾斜錯視を入力して反応した数理モデル上の神経細胞の活動を抑制．傾いて見える錯視が消滅した（新井・新井）．

以上が準備的考察です．この逆を行ったのが浮遊錯視生成技術と呼んでいるものです．詳しい説明の代わりに基本的なアイデアを図示します（図11参照）．

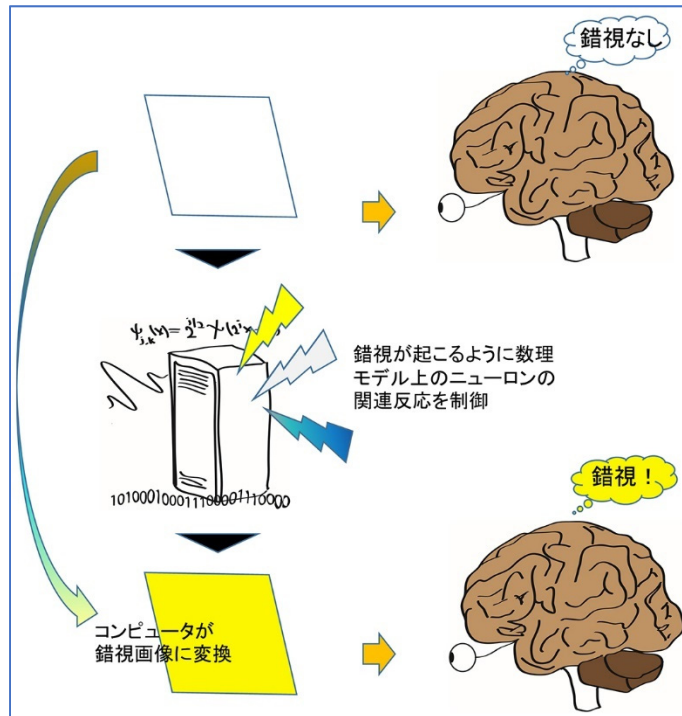


図1 1. 浮遊錯視生成技術の基本的アイデア

この技術により、どのような画像からでも動いて見える浮遊錯視を作れるようになりました。浮遊錯視画像は、本稿では紙数と誌面の都合で省略しますが、詳しくは [A11] のサイトをご覧ください。

この技術により、アーティストは自分の好きなコンセプトの浮遊錯視を作るところからアートの創作をできるようになりました。

さらにこの技術は商業利用もされています。クライアントのニーズに合わせて錯視を作成することができるようになったことで、商品のコンセプトにあった錯視パッケージを作ることが可能になったのです。錯視パッケージは現在、注目されつつあります。その理由は次のようなところにあります。多くの似た商品が競合する場合、中身もさることながら、パッケージにより目立つことは重要です。通常のデザインに比べ、錯視デザインは人の目に付くという効果があります。実際、筆者らは六花亭製菓からの依頼に基づきチョコレート缶の浮遊錯視を作成したり、企業の年賀状を作成したり、また東京大学からの依頼で作成した浮遊錯視による浮遊錯視クロスがUTCCで発売されるなど、さまざまな活用がされています。

このほかにも視覚の数理モデルにより得られる錯視はアートとしても関心を持たれています。本稿では詳しく述べられませんが、筆者らによる浮遊錯視、新しいエッジに起因す

る錯視，視覚の数理モデルにより発見した新しい錯視，スーパーハイブリッド錯視画像など，視覚の数理モデルを使って（場合によってはアーティストとコラボして）創作したさまざまな錯視アートが，これまで各地の美術館，科学館，アーティストの個展，アトラクション施設等々で展示されてきました．おそらく数学的に作られる錯視を使ったアートについては，今後は数学者とアーティストの共同した創作によりさまざまな作品が生まれることが期待されます．

9. むすび

紙数も超過してきたので，他にも話題はあるのですが，それは別の機会に紹介したいと思います．

本稿では，視覚の数理モデルを中心にさまざまな展開について述べてきました．筆者はこの方面の研究分野を数理視覚科学と呼んでいます．数理視覚科学は，数学そのものの研究，脳内の視覚に関連する情報処理の研究，超視覚システムの構築，画像処理への応用，錯視科学への応用，色彩産業，エンターテイメント，アートなど多様で大きな発展を予感させるものがあります．しかし，冒頭でも述べましたが研究者はまだまだ少ない状況です．これらが数学の応用の新たな方向の一つとして，高校生，大学生の方々をはじめ，市民のみなさまに興味をもっていただけることを願って筆をおきたいと思います．

本稿で解説した結果の参考文献

第3節 数理モデル全般 ([A1]～[A11])

第4節 色の同時対比錯視のシミュレーション ([A3])

第5節 色の錯視の逆処理問題 ([A3])

第6節～第7節 鮮鋭化 ([A4])

第7節 エッジ検出，その他 ([A5])，フィルタ設計法 ([A6])

第8節 錯視の構造解析法 ([A8]，[A9])，浮遊錯視生成法 ([A10])，浮遊錯視の活用例 ([A12])

引用文献

[A] 新井仁之，人の視知覚に切り込む数学とその応用 - 調和解析，錯視，画像処理，アート - (数学通信)，画像サイト：<http://www.araiweb.matrix.jp/gazou2018>

[A0] 新井仁之，連載「コンピュータで“錯視”の謎に迫る」，ITmedia NEWS，2017～
URL <http://www.itmedia.co.jp/news/series/6504/>

- [A1] 新井仁之, 視知覚と錯視の数理科学から生まれる新しい画像処理技術, 数学セミナー, 55 (8) (2016), 44-50.
- [A2] 新井仁之, 視覚と錯覚の数理科学, 『越境する数学』(西浦廉政編), 岩波書店, 2013, pp. 128-154.
- [A3] 新井仁之, 新井しのぶ, 錯視の分析装置、原画像のとおり知覚させるように錯視を加味した錯視加味画像生成装置、錯視の分析方法、原画像のとおり知覚させるように錯視を加味した錯視加味画像生成方法、および、プログラム, 特許第 562297 号, 特許権者: 科学技術振興機構.
- [A4] 新井仁之, 新井しのぶ, 画像処理装置、画像処理方法、および、プログラム, 特許第 5599520 号, 特許権者: 科学技術振興機構.
- [A5] 新井仁之, 新井しのぶ, 画像処理装置、画像処理方法、および、プログラム, 特許第 6162283 号, 特許権者: 科学技術振興機構.
- [A6] 新井仁之, 新井しのぶ, 画像処理用デジタルフィルタ、画像生成装置、画像生成方法、デジタルフィルタ作成方法、および、プログラム, 特許第 5456929 号, 特許権者: 科学技術振興機構.
- [A7] 新井仁之 (監修・著), こどもくらぶ (編), なぜこう見える? どうしてそう見える? <錯視> だまされる脳, ミネルヴァ書房, 2016.
- [A8] H. Arai and S. Arai, Framelet analysis of geometrical illusions, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 27 (1) (2010), 23-46.
- [A9] 新井仁之, 新井しのぶ, 視覚の数理モデルと錯視図形の構造解析, 心理学評論, 56 (2012), 309-333.
- [A10] 新井仁之, 新井しのぶ, 錯視画像生成装置、錯視画像生成方法、印刷媒体製造方法、および、プログラム, 特許第 5038547 号
- [A11] 新井仁之, 錯視の科学館, <http://www.araiweb.matrix.jp/Museum.html>
- [A12] 新井仁之, 錯視アートの新技術とその販促グッズ, パッケージへの利用, 包装技術, 54 (2016), 58-62.
- [C] M. E. シュヴルール (佐藤邦夫訳), シュヴルール色彩の調和と配色のすべて, 青娥書房, 2009.
- [K] 北畠耀, 色彩学貴重図書図説, 発行: (社) 日本塗料工業会, 発売: 雄松堂出版, 2006.

本解説記事の一部, 全部, 及び画像の無断転載を禁止します.